# ОПТИКА И ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 535.2

# ЗАПИСЬ И СЧИТЫВАНИЕ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ ПРИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНО ИНДУЦИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ $^1$

И.В. Тимофеев\*

Рассматривается когерентный процесс записи, хранения и считывания коротких лазерных импульсов посредством атомной когерентности на дипольно-запрещенном переходе трехуровневого атома  $\Lambda$  конфигурации. Аналитическое описание процесса дается с позиций обратимости уравнений Максвелла-Блоха в адиабатическом приближении. Исследованы различные схемы включения импульсов, при которых возникает электромагнитно индуцированная прозрачность и имеет место пространственная и временная симметрия.

Многие явления квантовой интерференции, такие как электромагнитно индуцированная прозрачность (ЭИП) [1], когерентное пленение [2] и адиабатический перенос населенности (STIRAP) [3], можно интерпретировать, используя адиабатическое приближение [4]. В качестве характерного времени изменения системы (атома) здесь выступает время, обратное частоте Раби, которая может достигать  $10^{12}$  с<sup>-1</sup>. По порядку величины это сравнимо со временем переключения оптического трансфазора - несколько пикосекунд; время переключения полупроводникового транзистора - несколько наносекунд [5]. В условиях ЭИП недавно была предложена возможность контролируемого управления состоянием атома с помощью одного фотона видимого диапазона энергией 10<sup>-19</sup> Дж [6]. При ЭИП обнаружены необычные законы распространения резонансных импульсов - согласованные импульсы [7], одетые полем импульсы [8] и адиабатоны [9], которые распространяются без поглощения и изменения своей формы на расстояния, на несколько порядков превышающие по величине длину линейного поглощения (см. также [10]). При определенных условиях возникает гигантское (в 10<sup>7</sup> раз и более) замедление групповой скорости светового импульса («медленный свет»). Ультрамедленное распространение наблюдали в Бозе-конденсате атомов натрия (~17 м/с [11] и ~1 м/с [12]), в парах рубидия (~90 м/c[13] и ~8 м/c[14]), в кристалле Pr: Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> (~45 м/c[15]). Более того, возможна полная «остановка» светового импульса [16] (динамическая ЭИП), обсуждается возможность получения отрицательной групповой скорости [17]. При малой скорости (десятки и менее м/с) пробный импульс пространственно сжимается и локализуется в среде. На этой основе авторы [18] предложили и экспериментально продемонстрировали в парах рубидия способ записи, хранения и восстановления (считывания) световых импульсов, время включения и выключения которых много больше времени жизни промежуточного состояния. В работе [19] подобная идея реализована в Бозе-конденсате атомов натрия.

Теоретические расчеты основываются, как правило, на самосогласованной системе уравнений Максвелла-Шредингера. При ее решении используется адиабатическое приближение [4]. Вводится понятие «темного состояния» и «темного поляритона» [16]. Иногда применяется метод интегральных преобразований Фурье (или Лапласа) [20]. В данной работе для описания того же класса явлений используется другой подход, основанный на обратимости упрощенных уравнений в пространстве и времени. Подход опирается на метод характеристик для решения уравнения в частных производных первого порядка [21], которое получается с использованием адиабатического приближения. Критерий адиабатичности анализируется на языке векторной модели. Преимущества подхода раскрываются на нескольких примерах. Последовательно рассматриваются основные ситуации и приближения. Критерием соответствия приближений служит сравнение результатов подхода с численным решением полной системы уравнений. Использование приближений в рамках подхода приводит к абсолютной идентичности записанного и восстановленного импульсов, в то время как нахождение условий и доказательство идентичности ранее использовавшимися методами проблематично. Новый метод позволяет описывать процесс восстановления, опираясь лишь на расчет динамики при записи, без привлечения дополнительных численных расчетов, а его наглядность и легкость применения помогают разбить задачу на классы качественно различных решений. Упрощаются прогнозирование и выбор параметров для конкретных применений.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> При поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 02-02-16325) и программы "Фундаментальные исследования высшей школы в области естественных и гуманитарных наук. Университеты России" (УР.01.01.003). <sup>∗</sup> © И.В. Тимофеев, 2004; Институт Физики им. Л.В. Киренского СО РАН (Россия); E-mail: tiv@iph.krasn.ru

## 1. Теоретическая часть

## 1.1. Общая постановка задачи

Пусть электромагнитное поле двух резонансных частот короткими импульсами в виде плоских волн одинаковой линейной поляризации нормально падает на газообразную среду трехуровневых атомов  $\Lambda$  - конфигурации (рис. 1,a,б).

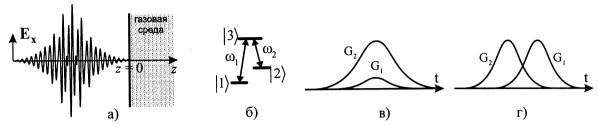


Рис. 1. Постановка задачи: а) импульс света проникает в среду; б) схема уровней атомов среды:

 $\omega_{_{1,2}}$  и  $G_{_{1,2}}$  – циклические частоты и частоты Раби пробного и управляющего полей соответственно; в,г) различные схемы включения полей

Задача удовлетворяет уравнению Шрёдингера на амплитуды вероятности нахождения атома в одном из трех состояний (в резонансном приближении) и укороченным волновым уравнениям для частот Раби (система уравнений Максвелла-Шрёдингера):

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} i\gamma_1 + \delta_1 & 0 & G_1^* \\ 0 & i\gamma_2 + \delta_2 & G_2^* \\ G_1 & G_2 & i\gamma_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \end{pmatrix} = 2i \begin{pmatrix} K_1 a_1^* a_3 \\ K_2 a_2^* a_3 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Приняты обозначения:

 $( au, \zeta)$  – система лагранжевых координат волны, которая движется со скоростью света

$$\begin{cases} \zeta = z, \\ \tau = t - z/c, \end{cases}$$
 (3)

(t,z)— время и глубина среды; здесь фиксируется не координата волны, а ее время  $\tau$  — локальное время, свое для каждой глубины среды;  $a_{1,2,3}$  — амплитуды вероятности состояний атома;  $\gamma_{1,2,3}$  — продольные релаксации состояний атома;  $\delta_{1,2}$  — однофотонные отстройки полей от частот резонансных переходов;  $G_{1,2}=E_{1,2}d_{1,2}/\hbar$  — частоты Раби полей;  $E_{1,2}$  — напряженности пробного и управляющего полей;  $d_{1,2}$  — электрические дипольные моменты соответствующих переходов в атоме;  $\hbar$  — постоянная Планка;  $K_{1,2}=2\pi N\omega_{1,2}\left|d_{1,2}\right|^2/\hbar c$  — постоянные распространения, зависящие от концентрации N атомов и от частот  $\omega_{1,2}$  полей.

Изначально все атомы находятся в состоянии  $|1\rangle$ :  $a_{1,2,3}=1;0;0$  — начальные условия задачи. В качестве граничных условий задаются поля на входе в среду (рис. 1, в или г). Принципиальное различие ситуаций в зависимости от очередности включения и выключения полей обусловлено асимметрией начальных населенностей относительно полей. Импульсы полагаются достаточно короткими, чтобы релаксацией атомной подсистемы можно было пренебречь. Предполагается также, что поля находятся в одно- и двухфотонном резонансах:  $\delta_{1,2}=0$ . Ввиду произвольного выбора начальной фазы далее  $G_{1,2}$  считаются действительными величинами. Следовательно,  $a_{1,2}$  и  $ia_3$  в процессе взаимодействия также остаются действительными.

#### 1.2. Векторная модель, критерий адиабатичности

Удобно перейти к новым обозначениям, в которых система уравнений (1-2) принимает векторный вид:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \vec{\alpha} = \vec{\Omega} \times \vec{\alpha} \,, \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \vec{\Omega} = \hat{K} \left( \frac{\vec{\alpha} \times \vec{\alpha}^*}{2} \right). \tag{5}$$

Здесь крестик означает векторное произведение.

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} G_2 \\ G_1 \\ G_3 = 0 \end{pmatrix}$$

- вектор частот Раби, расположенный в некотором абстрактном гильбертовом пространстве, где по осям откладываются частоты Раби. Индексы поменяны для удобства ( $\Omega_{1,2}$  соответствует  $G_{2,1}$ ).

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ -a_2 \\ ia_3 \end{pmatrix}$$

- вектор амплитуд вероятностей, помещенный в то же гильбертово пространство, где по осям откладываются амплитуды вероятности.

$$\vec{\alpha}^* = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ -\alpha_3 \end{pmatrix}$$

– «сопряженный» вектор, симметричный вектору  $\vec{lpha}$  относительно плоскости 1-2.

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{pmatrix} K_2 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 = 0 \end{pmatrix}$$

 $\hat{\mathbf{K}} = \begin{pmatrix} K_2 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 = 0 \end{pmatrix}$  — оператор, составленный из постоянных распространения; в случае равных постоянных распространения вырождается в скаляр  $K_1 = K_2 \equiv K$ .

Уравнения (4-5) полностью эквивалентны системе (1-2) и допускают простую векторную интерпретацию. Уравнение (4) описывает поворот вектора  $\vec{\alpha}$  во времени с мгновенной осью вращения в направлении вектора  $\vec{\Omega}$  (рис. 2, a). Длина  $\alpha$  остается равной единице, что соответствует единичной полной вероятности нахождения атома в одном из трех состояний. Если населенности уровней  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  осциллируют с частотой Раби  $G_1$ , то амплитуды вероятности  $\alpha_{1,3}$  этих уровней осциллируют с частотой  $\Omega_2 = G_1/2^2$ . Если вектор  $\vec{\Omega}$ не меняет направления, а вектор  $\vec{\alpha}$  сонаправлен ему, то осцилляций не происходит.

Уравнение (5), в случае сонаправленности вектора  $\vec{\Omega}$  с проекцией  $\vec{\alpha}$  на плоскость 1-2, также описывает вращение вектора  $\vec{\Omega}$  с частотой  $K\alpha_3/\Omega$ . Последнее вращение происходит не во времени, а по мере распространения импульсов вглубь среды (рис. 2,б). Если вектор  $\vec{\alpha}$  находится «ниже» плоскости 1-2, поле перекачивается из  $\, \Omega_2 \,$  в  $\, \Omega_1 \,$ , если «выше» – наоборот.

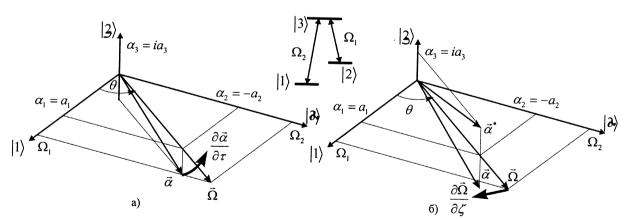


Рис. 2. Качественная интерпретация векторных уравнений Максвелла-Шрёдингера (5,6): а) изменение состояния атома во времени; б) изменение полей по мере распространения вглубь среды

Один полный оборот вектора  $ar{lpha}$  соответствует прохождению через атом поля «площадью»

$$S = \int \Omega \ d\tau = 2\pi \$$
 (безразмерная величина), или  $\int \sqrt{G_1^2 + G_2^2} \ d\tau = 4\pi \ .$  (6)

Такую порцию поля называют  $4\pi$  -импульсом. В начале каждой порции усиливается поле  $\Omega_{_{\rm I}}$ , в конце – поле  $\,\Omega_2^{}$  . Поэтому в общем случае осцилляции во времени вектора  $\,ec{lpha}\,$  приводят к разбиению поля на  $\,4\pi$  -

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Имеется аналогия амплитуды и населенности уровня с напряженностью и интенсивностью поля в трансформаторе. Напряжение в сети имеет частоту 50 Гц, а гудит трансформатор на частоте 100 Гц.

импульсы. В процессе перекачки частоты Раби могут менять знак, что вполне физично и соответствует изменению фазы поля на противоположную (смещенную на  $\pi$  радиан).

При повороте во времени вектора  $\vec{\Omega}$  (рис. 3,a) вектор  $\vec{\alpha}$  увлекается за ним: если угол между векторами увеличивается, вектор  $\vec{\alpha}$  может обгонять движение вектора  $\vec{\Omega}$ , если угол уменьшается, вектор  $\vec{\alpha}$  запаздывает. Существует полная аналогия между движением вектора  $\vec{\alpha}$  за  $\vec{\Omega}$  и движением оси гироскопа за направлением момента импульса<sup>3</sup>. Имеют место прецессия и нутация.

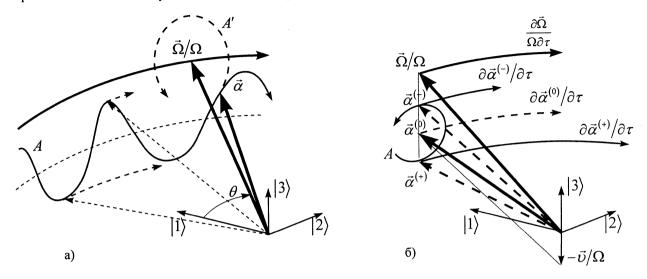


Рис. 3. Временная динамика векторов  $\vec{\alpha}$  и  $\vec{\Omega}$  при наблюдении из покоящейся системы координат (a) и из системы, вращающейся вместе с вектором поля (б): A – траектория вектора  $\vec{\alpha}$ ; A' – траектория в случае остановки вектора  $\vec{\Omega}$ ;  $\partial/\partial \tau$  – направление изменения во времени в неподвижной системе координат;  $\vec{\alpha}^{(\pm,0)}$  – некоторые состояния атома: опережающее вектор  $\vec{\Omega}$ , запаздывающее и сонаправленное c  $\vec{\Omega}$  –  $\vec{v}$ 

Угол  $\theta$  отклонения  $\vec{\Omega}$  от первого орта  $|1\rangle$  называют *углом смешения* полей ( $tg\theta = \Omega_2/\Omega_1$ ). Обозначим угловую скорость вращения вектора  $\vec{\Omega}$  – через  $\vec{v}$  ( $v = \partial \theta/\partial \tau$ ). Перейдем в систему отсчета, связанную с вектором  $\vec{\Omega}$ . В этой системе вектор  $\vec{\alpha}$  будет вращаться с частотой  $\vec{\Omega} - \vec{v}$  (согласно векторному закону сложения угловых скоростей).

Рассмотрим равномерное вращение вектора  $\vec{\Omega}$  ( $\upsilon = const$ ,  $\Omega = const$ ).

- а) Если  $\vec{\alpha} \,\Box (\vec{\Omega} \vec{v})$ , то коллинеарность сохраняется, быстрые осцилляции на частоте  $\Omega$  отсутствуют (рис. 3,6).
  - б) Если  $\vec{\alpha} \perp \left(\vec{\Omega} \vec{v}\right)$ , перпендикулярность также сохраняется во времени.

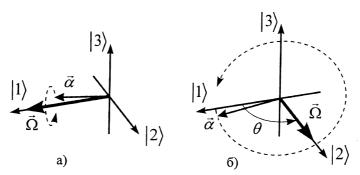
Первый случай соответствует тому, что принято называть *«темным состоянием»*. Находящийся в этом состоянии атом (вектор  $\vec{\alpha}$ ) не проявляет интенсивного взаимодействия со светом. Траектория вектора  $\vec{\alpha}$  не пересекает плоскость 1-2. Поле с изменением глубины медленно перетекает от одной частоты света к другой. Во втором случае, напротив, атом наиболее интенсивно взаимодействует с полем, «светлое состояние». Всякое состояние можно представить в виде линейной комбинации «темного» и «светлого» состояний, разложив вектор  $\vec{\alpha}$  на составляющие. При стационарном поле «темное» и «светлое» состояния называются «состояниями, одетыми полем» и обладают различными собственными энергиями.

В общем случае вектор  $\vec{\Omega}$  поворачивается неравномерно, к тому же изменяется его величина. «Темное состояние» изменяет свое положение относительно вектора  $\vec{\Omega}$ . Если поворот вектора  $\vec{\Omega}$  происходит медленнее, чем способен вращаться вектор  $\vec{\alpha}$  ( $\upsilon\Box$   $\Omega$ ), то последний успевает *следовать* за «темным состоянием». Если характерное время воздействия  $1/\upsilon$  значительно больше характерного времени изменения системы  $1/\Omega$ , то процесс происходит *адиабатически*.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Условные направления выбраны так, чтобы направление  $-\alpha_3$  (вниз) совпадало с направлением силы тяжести,  $\vec{\alpha}$  — с направлением тяжелой стрелы гироскопа, раскрученной по часовой стрелке ( $\vec{\Omega}$ ). Перед началом прецессии гироскоп опускается чуть ниже горизонтали.

Критерий адиабатичности есть условие близости состояния атома к «темному состоянию».

Во-первых, критерий требует, чтобы близость устанавливалась изначально. Если до взаимодействия атом находится в основном состоянии  $|1\rangle$ , то вектор  $\vec{\alpha}$  изначально сонаправлен первому орту. В этом же направлении должен появиться вектор частот Раби  $\vec{\Omega}$ , то есть сначала должно быть включено управляющее поле  $G_2$  (рис. 4,a). Но само по себе поле  $G_2$  не взаимодействует с основным состоянием атома, поэтому такую последовательность включения импульсов называют *«контринтуштивной»*. Если же сначала включить пробный импульс  $G_1$ , то атом попадет в «светлое состояние», населенность начнет осциллировать между уровнями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  (рис. 4,6)<sup>4</sup>.



Puc. 4. Последовательность включения импульсов: а) первым включается управляющее поле, «контринтуитивное включение» адиабатический режим; б) первым включается пробное поле, неадиабатический режим

Во-вторых, критерий требует, чтобы близость сохранялась в течение взаимодействия. Во всех точках среды в любой момент времени поля должны изменяться плавно, то есть  $\upsilon \square \Omega$ . Выражение этого условия через начальные данные выводится в [23] (для последовательности импульсов на рис. 1, г) и в [24] (для последовательности импульсов на рис. 1, в).

Покажем, что «темное состояние» устойчиво. Если вектор  $\vec{\alpha}$  отклонился от него на некоторый угол, то со временем отклонение не увеличивается. Действительно, уравнение (4) — поворот сферы всех возможных положений вектора  $\vec{\alpha}$  (состояний атома), а поворот сохраняет расстояние между любой парой положений. Очевидно, учет спонтанной релаксации атома привел бы к постепенному уменьшению начального отклонения. К тому же, возмущения, вызванные неравномерностью изменения полей (движения вектора  $\vec{\Omega}$ ) усредняются по интенсивным вращениям вокруг «темного состояния» и дают незначительный средний вклад.

В-третьих, согласно критерию, «темное состояние» должно отклоняться от плоскости 1-2 незначительно, его проекция на эту плоскость в приближении равномерного вращения совпадает с направлением вектора  $\vec{\Omega}$ . Поэтому приближенно «темное состояние» определяется условиями:

$$\Omega_1/\Omega_2 = \cos\theta/\sin\theta = \alpha_1/\alpha_2 \,\,\,\,(7)$$

$$\alpha_3 = -\upsilon/\Omega$$
,  $|\alpha_3| \ll 1$ . (8)

Пропорция (7) устанавливает пространственно-временную симметрию уравнений (4) и (5). Изменение вектора  $\vec{\alpha}$  со временем и вектора  $\vec{\Omega}$  с глубиной направлены противоположно и пропорциональны  $|\alpha_3|$  (рис. 5). Это соответствует двухфотонным переходам: изменяется частота фотона и соответствующим образом перераспределяется населенность между состояниями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ . Локальная симметрия проявляется и в глобальном соответствии конфигураций при фиксированной глубине  $\zeta$  конфигурациям при фиксированном времени $\tau$ . На симметрии во взаимном положении состояния поля и состояния атома основывается понятие «импульсов, одетых полем» [25].

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> В последнем случае поворот вектора  $\vec{\Omega}$  сопровождается резкими, неадиабатическими движениями вектора  $\vec{\alpha}$ , однако плоскость вращения  $\vec{\alpha}$  адиабатически поворачивается за  $\vec{\Omega}$ , а траектория единичного вектора  $\vec{\alpha}$  на сфере напоминает цветок.

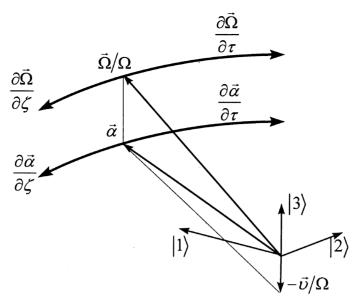


Рис. 5. Обратная связь производных по времени и по пространству

# 1.3. Решение уравнений

Итак, в адиабатическом приближении два векторных произведения уравнений (4,5) дают отрицательную обратную связь. В результате пространственное (по глубине среды) вращение векторов  $\vec{\alpha}$  и  $\vec{\Omega}$  направлено противоположно вращению во времени. Причем при равенстве постоянных распространения  $K_1 = K_2 \equiv K$ , согласно (5) и (8),

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial \zeta} = -\hat{K} \frac{1}{\Omega^2} \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial \tau} \,. \tag{9}$$

Уравнение (9) наглядно поясняется на рис. 5.  $\partial \vec{\Omega}/\partial \zeta \perp \vec{\Omega}$ , следовательно,  $\Omega(\tau)$  не изменяется с глубиной среды  $\zeta$ . В общем случае вектор  $\vec{\Omega}$  вращается не по окружности  $\Omega(\tau) = const$ , а по эллипсу  $\Omega_1^2/K_2 + \Omega_2^2/K_1 = const^{-5}$ . Последний инвариант можно получить подстановкой (7) и (8) в (5). Физический смысл инварианта — число фотонов:

$$n = n_1 + n_2 = \frac{8\pi N}{c} \left( \frac{\Omega_1^2}{K_2} + \frac{\Omega_2^2}{K_1} \right).$$

Действительно, переходы  $|1\rangle - |2\rangle$  сохраняют количество фотонов поля. Все же неравномерность вращения  $\vec{\Omega}$  и изменение его длины приводят к изменению амплитуды вероятности  $\alpha_3$  промежуточного состояния, нарушению пропорций (7). Отдельно происходят переходы  $|1\rangle - |3\rangle$  и  $|3\rangle - |2\rangle$ , изменяющие число фотонов [24]. В адиабатическом приближении этим можно пренебречь.

Приближенное решение задачи можно получить, решив уравнение на угол смешения:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} + \frac{K^2(\theta)}{K_1 \Omega_1^2 + K_2 \Omega_2^2} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0, \tag{10}$$

где  $K(\theta) = \frac{K_1\Omega_1^2 + K_2\Omega_2^2}{\Omega^2} = K_1\cos^2\theta + K_2\sin^2\theta$ . В случае равных постоянных распространения  $K(\theta) \equiv K$ . Уравнение (10) получается из (5,7,8) с учетом сохранения числа фотонов и обобщает (9).

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Это следует из геометрического утверждения, что при растяжении окружности в  $\sqrt{K_1/K_2}$  раз тангенс угла касательной на прежнем направлении увеличится в  $K_1/K_2$  раз. Действительно, с одной стороны,  $\Omega_1^2 + \left(\sqrt{K_1/K_2}\Omega_2\right)^2 = const$  — окружность. С другой стороны, дифференцируя уравнение эллипса, получаем  $\Omega_1 d\Omega_1/K_2 + \Omega_2 d\Omega_2/K_1 = 0$ ; тангенс касательной  $d\Omega_1/d\Omega_2 = K_2/K_1\left(-\Omega_2/\Omega_1\right) = -K_2/K_1 tg\theta$ .

Угол смешения оказывается постоянным вдоль характеристических кривых

$$\zeta\left(\tau,\tau_{0}\right) = K^{-2}\left(\theta\left(\tau_{0},\zeta=0\right)\right) \int_{\tau_{0}}^{\tau} \left(K_{1}\Omega_{1}^{2} + K_{2}\Omega_{2}^{2}\right) d\tau',\tag{11}$$

а физические величины выражаются через угол смешения  $\theta( au, \zeta)$ 

$$\begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \end{pmatrix} = 2\sqrt{\frac{\left(K_1\Omega_1^2 + K_2\Omega_2^2\right)\Big|_{\zeta=0}}{K(\theta)}} \begin{pmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ -\upsilon/\Omega \end{pmatrix}.$$
(12)

## 1.4. Симметрия и обратимость

Система уравнений (4,5) существенно нелинейна, даже в адиабатическом приближении. Однако есть несколько замечательных особенностей. Сами уравнения симметричны относительно полей  $\Omega_{1,2}$ , а также относительно амплитуд вероятности  $\alpha_{1,2}$ , асимметрия появляется вследствие краевых условий:  $a_1(\tau=-\infty) \neq a_2(\tau=-\infty)$ ,  $G_1(\zeta=0) \neq G_2(\zeta=0)$ . Упрощенное уравнение (10) наводит на мысль об обратимости уравнений в адиабатическом приближении. Это уравнение не изменяет вида при формальной замене координат

$$\begin{cases} \zeta^{(-)} = L - \zeta, \\ \tau^{(-)} = T - \tau, \end{cases} \tag{13}$$

где L – длина среды; T – длительность светового воздействия.

Чтобы использовать формальную обратимость для решения конкретных задач, понадобится:

- показать, что динамика в случае обращения времени совпадает с динамикой при создании граничных условий, симметричных по времени;
- учесть изменение начальных условий при переходе от (t, z) к  $(\tau, \zeta)$ ;
- использовать симметрию или антисимметрию пространственного распределения возбуждения;
- показать устойчивость адиабатического критерия относительно обращения.

# 2. Применение

2.1. Запись и считывание импульсов в схеме на рис. 1,в: считывающий импульс направлен противоположно записывающему.

Рассмотрим ситуацию с конфигурацией полей на входе, изображенной на рис. 1, в. Включение контринтуитивное, площадь импульса превышает 10. При  $K_1=K_2$  это обеспечивает адиабатическую динамику во всей среде [23]. Со временем пробный импульс перекачивается в управляющий. Действительно, вектор  $\vec{\alpha}$  со временем отклоняется от первого орта, следовательно, вектор  $\vec{\Omega}$  при распространении поля вглубь среды приближается к первому орту (фотоны пробного поля преобразуются в фотоны управляющего поля, рис. 2,6). Этот процесс заканчивается полным преобразованием пробного поля в управляющее и дальнейшим распространением управляющего поля по среде невозбужденных атомов со скоростью света. Однако, как видно из динамики угла смешения (рис. 6), в среде остается информация о пробном поле: пространственный профиль угла смешения повторяет временной профиль.

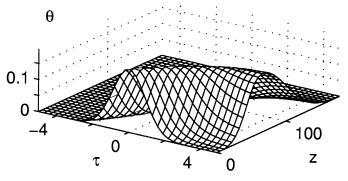


Рис. 6. Пространственная и временная динамика угла «смешения» в схеме рис. I,  $\mathfrak s$ , полученная численным решением системы уравнений (1,2). На входе в среду импульсы имеют гауссову форму:  $G_{1,2}(\tau,z=0)=G_{1,2}^{(0)}\exp\left(-\tau^2/T_{1,2}^2\right)$ ,  $G_{1,2}^{(0)}T_1=2;10$ ,  $T_2=3T_1$ ,  $T_1=10$  нс. Время измеряется в полуширинах пробного импульса, глубина среды — в длинах линейного поглощения пробного импульса. Для расчетов используются данные атомов свинца для переходов  $6p^2$   $^3P_0 \rightarrow 6p^2$   $^3P_2 \rightarrow 6p7s$   $^3P_1$  [25]

Представим теперь, что конечные условия стали начальными: изначально среда возбуждена, в ней записан профиль пробного импульса, а условия на выходе среды стали условиями на входе: в среду подается только управляющее поле. Динамика пойдет вспять (рис. 7,а). Возбуждение среды снимется, при этом

управляющее поле частично перекачается в пробное. И на выходе появится импульс, идентичный первоначальному пробному импульсу. Таким образом, осуществляется считывание записанной в среде информации.

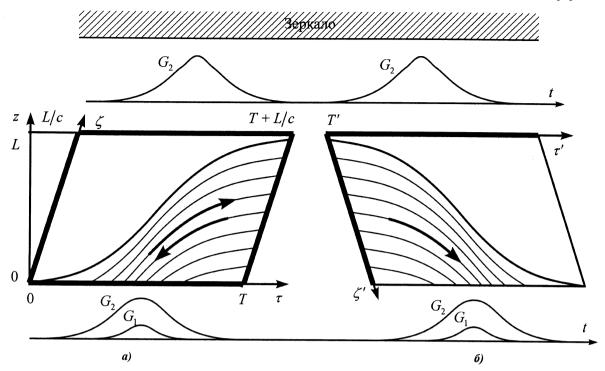


Рис. 7. Обращение динамики вперед по времени

Пустить импульс в обратном направлении можно, а вспять по времени — нельзя. Чтобы осуществить считывание экспериментально, надо создать условия для обратной динамики без обращения самого времени. Для этого надо повторить управляющее поле на выходе среды позже по времени. Причем задний фронт импульса при повторении должен оказаться передним, а передний — задним. Вся последующая динамика также будет инвертированной по времени. Запаздывающие фронты окажутся впереди, и наоборот.

В рассматриваемом случае управляющий импульс на выходе среды симметричен по времени, и передний фронт не отличается от заднего. Поэтому достаточно отразить импульс с помощью простого зеркала.

2.2.Переход к новым координатам

Однако уравнения остаются теми же самыми уже в другой системе лагранжевых координат (рис. 7,6):

$$\begin{cases} \zeta' = L - \zeta, \\ \tau' = (t - T') - \zeta'/c, \end{cases}$$
(14)

где T' > T + L/c — время начала процесса восстановления.

Начальные условия при  $\tau = T = const$ , в общем, не суть начальные условия при  $\tau' = 0 = const$ ,  $\tau = t - \zeta/c = T' + (\zeta' - \zeta)/c = \tau(\zeta)$ . Другими словами, когда импульс бежит вперед, а не назад по времени, пространственный профиль возбуждения успевает измениться.

При выводе уравнения (1) использовалось резонансное приближение. Набор  $a_{1,2,3}$  – амплитуды вероятностей во вращающемся базисе (каждое состояние осциллирует со своей частотой), со своей начальной фазой на каждой глубине. Поэтому для расчета изменений в начальных условиях при переходе к новым лагранжевым координатам воспользуемся нестационарным уравнением Шрёдингера в невращающемся базисе  $a^{(0)}$  в отсутствие полей:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\alpha_n^{(0)} = E_n\alpha_n^{(0)}, \ \alpha_n^{(0)}(\tau) = \alpha_n^{(0)}(\tau_0)\exp(-iE_n(\tau-\tau_0)/\hbar).$$

В нашем случае

$$\alpha_n \left( T' + \left( \zeta' - \zeta \right) / c \right) = \alpha_n \left( T \right) \exp \left\{ -i \left[ T' - T + \left( \zeta' - \zeta \right) / c \right] E_n / \hbar \right\}. \tag{15}$$

Адиабатическое приближение подразумевает малое  $\alpha_3$ , следовательно, чтобы экспоненциальным членом можно было пренебречь, достаточно считать энергии состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  близкими. Численный расчет при  $E_1=E_2$  подтверждает возможность обращения динамики (рис. 8,а). Более того, с некоторыми искажениями динамика обратима, даже если член  $2L(E_2-E_1)/c\hbar$   $\square$  10 (рис. 8,б).

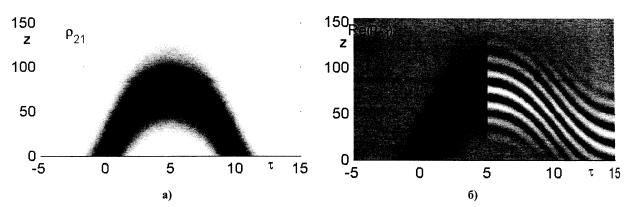


Рис. 8. Запись и восстановление информации в динамике атомной когерентности  $\rho_{21}=a_2a_1^*\approx-\sin\left(2\theta\right)/2$ : а) энергии равны  $E_2=E_1$  и начальные условия сохраняются при переходе от  $(\tau,\zeta)$  к  $(\tau',\zeta')$ ; б) атомы свинца,  $E_2-E_1=10680$  см $^{-1}$ , согласно (15) смещение фазы при изменении системы отсчета  $2L(E_2-E_1)/c\hbar\approx9\cdot2\pi$ 

2.3. Симметрия пространственного профиля возбуждения. Считывание в направлении записывающего импульса

Если коэффициенты распространения равны, симметричный по времени профиль возбуждения перейдет в симметричный пространственный профиль. В таком случае по аналогии со временем можно производить восстановление без обращения в пространстве. Достаточно подать на вход управляющий импульс, аналогичный полученному на выходе при записи (рис. 9). Этот случай удобнее тем, что не требуется переходить в новую систему координат. Ведь система новых лагранжевых координат не меняет граничных условий:

$$\begin{cases} \zeta'' = \zeta, \\ \tau'' = \tau + T'' \end{cases}$$

Можно использовать уровни, существенно различные по энергии.

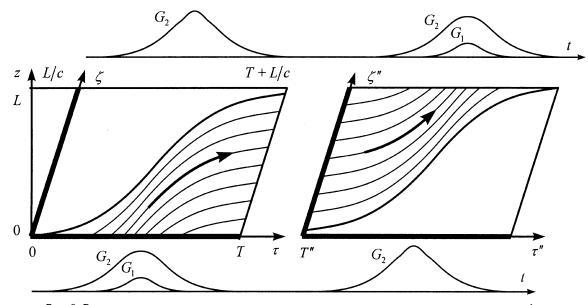


Рис. 9. Восстановление в прямом направлении при симметричном пространственном профиле

#### 2.4. Считывание на другой частоте

Как уже отмечалось, запись информации осуществляется на состояниях  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  атомов (точнее, на  $a_2a_1^*$ ). Промежуточный уровень возбуждается пренебрежимо мало, и даже наличие на нем большой релаксации не влияет на процесс. Однако уровни  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  могут служить основанием нескольких  $\Lambda$  -схем (см. вставку на рис. 10). Поэтому при считывании можно использовать любой другой уровень  $|3'\rangle$  противоположной четности. Для этого восстанавливающий импульс должен иметь другую частоту, но ту же форму, что и импульс, вышедший из среды при записи. Число фотонов в восстанавливающем импульсе должно быть тем же, что и при записи (рис. 10). Очевидно, восстановленный импульс может быть вновь записан на продолжении среды и вновь восстановлен на частоте пробного поля любой смежной  $\Lambda$  -схемы.

# 2.5. Контринтуитивная последовательность выключения импульсов (рис. 1, г)

Во всех адиабатических случаях динамика не зависит качественно от формы или интенсивности полей, однако зависит от последовательности их выключения. Рассмотрим теперь ситуацию с конфигурацией полей на входе, изображенной на рис. 1, г. Эта конфигурация существенно отличается от уже рассмотренной тем, что после прохождения полей атом не возвращается в основное состояние, а с единичной вероятностью переходит в конечное состояние  $|2\rangle$ . Угол смешения записывается в большем интервале  $[0;\pi/2]$ , чем в случае рис. 1.в. Этим может повышаться качество записи.

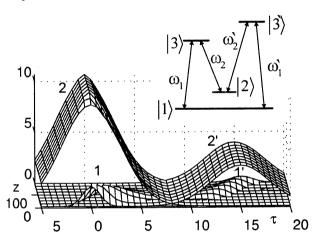
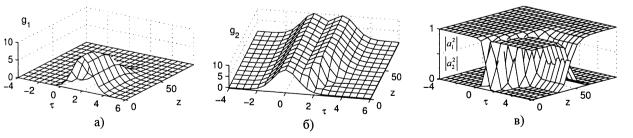


Рис. 10. Восстановление на другой частоте: 1, 2—нормированные частоты Раби пробного и управляющего импульса; 1' и 2'—соответствующие поля смежной  $\Lambda$ -схемы. Использованы уровни атомов свинца:  $6p^2$   $^3P_0 \rightarrow 6p^2$   $^3P_2 \rightarrow 6p7s$   $^3P_1 \rightarrow 6p9s$   $^3P_1$ . Данные, как на рис. 6

Пространственно-временной профиль величин показан на рис. 11. Из среды выходит симметричный управляющий импульс (рис. 11, б), и при считывании в обратном направлении опять достаточно зеркала. Однако пространственный профиль записи имеет антисимметричный по населенностям вид (рис. 11, в). Поэтому считывание в прямом направлении с помощью управляющего импульса невозможно. Управляющий импульс начинает активно взаимодействовать с населенностью состояния |2, идет неадиабатический процесс.



Puc. 11. Динамика полей (  $g_{1,2}$  — нормированные частоты Paби, а, б) и населенностей  $\left|a_{1,2}^2\right|$  уровней 1 и 2 (в) при записи. Пробный импульс перекачивается в управляющее поле. На выходе среды получается симметричный по времени управляющий импульс. Пространственное распределение населенностей повторяет временную динамику на границе и имеет антисимметричный вид

Чтобы осуществить считывание в прямом направлении, надо инвертировать пространственный профиль по глубине или, что равносильно, поменять населенности  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ . Но это соответствует симметрии  $\Lambda$  - схемы относительно пробного и управляющего переходов. Поэтому можно осуществить считывание в пря-

мом направлении с помощью пробного импульса, по форме соответствующего управляющему импульсу на выходе среды (рис. 12).

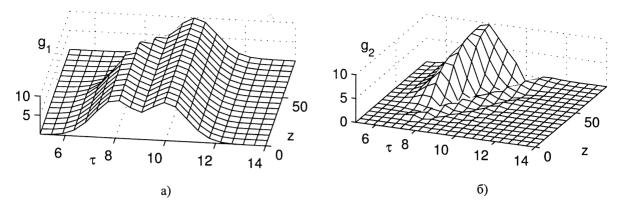


Рис. 12. Динамика нормированных частот Раби пробного  $g_1$  (а) и управляющего  $g_2$  (б) полей. Пробный импульс восстанавливает запись на частоте управляющего поля. Возмущения на заднем фронте считанного импульса (б) свидетельствуют о слабом отклонении от адиабатической ситуации

#### Заключение

Разработан качественный подход к описанию пространственно-временной динамики резонансных коротких импульсов в трехуровневой среде. С помощью общей векторной модели описан критерий плавной динамики.

Метод продемонстрирован на примере записи и считывания световых импульсов в  $\Lambda$  -схемах, без введения понятия «темного поляритона». Показана возможность считывания на смещенной частоте.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Harris S.E. Electromagnetically induced transparency // Physics Today. 1997. V.50. № 7. p. 36-42.
- 2. Агапьев Б.Д. Когерентное пленение населенностей в квантовых системах / Б.Д.Агапьев, М.Б.Горный, Б.Г.Матисов, Ю.В.Рождественский // УФН. 1993. Т. 163. №9. С. 1-36.
- 3. Vitanov N.V., Fleischhauer M., Shore B.W., Bergmann K., Coherent manipulation of atoms and molecules by sequential laser pulses // Atomic, Molecular and optical physics. 2002 V.46. p. 55-189.
- 4. Мессиа А. Квантовая механика / А. Мессиа. М.:Наука, 1979. Т. 2.
- 5. Валиев К.А. Квантовые компьютеры: надежды и реальность / К.А.Валиев, А.А.Кокин. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. С. 352.
- 6. Lukin M.D., Imamoglu A. Controling photons using electromagnetically induced transparency // Nature. 2001. 413. p.273-276
- 7. Harris S.E., Phys. Rev. Lett., 1994, 72, 525; Vemuri G., Vasavada K.V., Agarwal G.S. et al. Phys. Rev. A, 1996, 54, p. 3394.
- 8. Eberly J.H., Pons M.L., Hag H.R., Dressed-field pulses in an absorbing medium // Phys. Rev. Lett. 1994, 72, 56.
- 9. Grobe R., Hioe F.T., Eberly J.H., Phys. Rev. Lett. 1994, 73, 3187; Phys. Rev. A 1996, 54, 794.
- 10. Архипкин В.Г. Квантовая электроника / В.Г.Архипкин , И.В.Тимофеев . 2000. 30. 180; Архипкин В.Г., Тимофеев И.В., Сизых Е.А.// Труды межд. конф. «Математические модели и методы их исследования». Красноярск, 2001. Т.1. С.36.
- 11. Hau L.V., Harris S.E., Dutton Z., et.al. Nature (London) 1999, 397, 594.
- 12. Inouye S., Low R.F., Gupta T., et al. http://lanl.arxiv.org/abs/cond-mat/0006455.
- 13. Kash M.M., Sautenkov V.A., Sibrov A.S. et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 82, 5229.
- 14. Budker D., Kimball D.F., Rochester S.M., et al. Phys.Rev.Lett., 1999, 83, 1767.
- 15. Turukhin A.V., Sudarshanam M.S., Shariar M.S. et al. Phys.Rev.Lett., 2002, 88, 023602.
- 16. Fleischhauer M., Lukin M.D., Phys.Rev.Lett., 2000, 84, 5094.
- 17. Kocharovskaya O., Rostovtsev Yu., Scully M., Phys.Rev.Lett., 2001, 863, 628.
- 18. Phillips D.F., Fleischhauer A., Mair A., et al. Phys.Rev.Lett., 2001, 86, 783.
- 19. Liu Ch., Dutton Z., Behroozi C.H., et al. Nature (London), 2001, 409, 490.
- 20. Matsko A.B., Rostovstev Y.V., Kocharovskaya O., Zibrov A.S., Scully M.O., Phys.Rev.A, 2001, 64, 043809.
- 21. Зельдович Я.Б. Элементы математической физики / Я.Б.Зельдович, А.Д.Мышкис. М.:Наука, 1973. С. 62-75.
- 22. Mazets I.E. and Matisov B.G. //Quantum Semiclassical Optics, 1996, 8, 909.

- 23. Grigoryan G.G., Pashayan Y.T., Phys.Rev.A 2001, 64, 013816.
- 24. Arkhipkin V.G., Timofeev I.V., Phys.Rev.A 2001, 64, 053811.
- 25. Merriam A.J., Sharpe S.J., Shverdin M., Manuszak D., Yin G.Y. and Harris S.E., Phys.Rev.Lett. 2000, 84, 5308.

# RECORD AND READING OF LASER PULSES UNDER ELECTROMAGNETICALLY INDUCED TRANSPARENCY

I.V. Timofeev

The coherent process of record, storage and reading of short laser pulses by means of atomic coherence at dipole-prohibited transition of three-level atom of  $\Lambda$ -configuration is considered. The analytical description is given in the context of reversibility of Maxwell-Bloch equations in adiabatic approximation. Various pulse engaging schemes are investigated when electromagnetically induced transparency arises and spatial and temporal symmetry takes place.